

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2002-2003 Efra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____

Skóli: _____

Bekkur eða áfangi: _____

I	
II	
16	
17	
18	
19	
Alls	

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2. 3. 4.

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrir en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í þremur hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í þriðja hluta eru fjórar spurningar sem gilda tíu stig hver. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta hlutanum eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í öðrum hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær og hálf klukkustund til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar og er hver spurning þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Hver eftirfarandi talna er oddatala?

3^4+2

5^4+3

7^4+5

11^4+7

2. Fjórir vinir fóru í veiðitúr og komu aftur til baka með samtals ellefu fiska og allir veiddu eitthvað. Hvað af eftirfarandi verður þá að vera satt?

- Einhver veiddi nákvæmlega 3 fiska
 Einhver veiddi færri en 3 fiska
 Einhver veiddi fleiri en 3 fiska
 Tveir af vinunum veiddu fleiri en 1 fisk

3. Til þess að jafnan $8^{15} = 32^x$ sé sönn þarf gildi x að vera

4

5

9

12

4. Í söguprófi voru 30 krossaspurningar og gefin voru 5 stig fyrir sérhvert rétt svar, 1 stig fyrir autt svar og 0 stig fyrir sérhvert rangt svar. Fjórir nemendur voru að metast um árangur sinn í prófinu.

- A sagðist hafa fengið 139 stig
 B sagðist hafa fengið 141 stig
 C sagðist hafa fengið 143 stig
 D sagðist hafa fengið 144 stig

Aðeins einn þeirra sagði rétt frá. Hver var það?

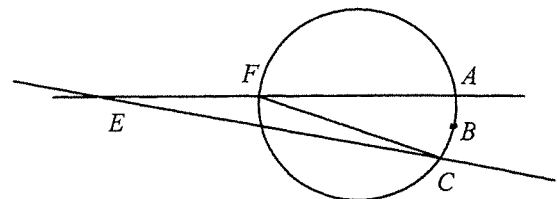
A

B

C

D

5. Á myndinni er $EF = FC$.
 B er miðpunktur bogans AC .
 Ef x er stærð hornsins AEC ,
 hve stórt er þá hornið ABC ?



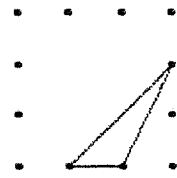
$180^\circ - 2x$

$180^\circ - x$

$90^\circ + x$

$90^\circ + 2x$

6. Hversu margir þríhyrningar eru til sem hafa hornpunkta í einhverjum af punktum tólf í grindinni hér til hliðar? (Myndin sýnir einn slíkan þríhyrning.)



- 64 204 220 256

7. Þegar ein hliðarlengd tenings er stækkuð um 1 cm, önnur minnkuð um 1 cm og sú þriðja látin vera óbreytt, minnkar rúmmál teningsins um 12 cm^3 . Hvert er yfirborðsflatarmál upphaflega teningsins (í cm^2)?

- 500 804 864 906

8. Um tvær tölur x og y sem ekki eru núll gildir að margfeldi þeirra er tvöföld summa þeirra. Hver eftirfarandi jafna er þá rétt?

- $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$ $\frac{1}{x+y} = 2xy$ $x = \frac{2y}{2-y}$ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$

9. London og Bern eru í ólíkum tímabeltum. Hjá flugfélagi nokkru er tímaáætlunin þannig (miðað er við staðartíma):

Bern	brottför: 10:00		London	brottför: 11:30
London	koma: 10:40		Bern	koma: 14:10

Hver er flugtíminn í mínútum á milli þessara borga?

- 40 100 140 160

10. Látum a , b , c vera jákvæðar rauntölur þannig að $ab = c$, $bc = 12$ og $b = 3c$. Hvert er margfeldið abc ?

- 3 4 6 12

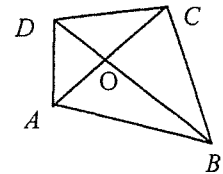
Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

11. Tölurnar 2002, 2001, 2000, 1999, ..., 3, 2, 1 eru skrifaðar upp hver á eftir annarri. Hvaða tölustafur lendir í 2002. sæti?

Svar: _____

12. Látum $ABCD$ vera fjórhlíðunginn hér til hliðar, þar sem O er skurðpunktur hornalínanna AC og BD . Ef flatarmál AOB er 3, flatarmál BOC er 6 og flatarmál COD er 2, hvert er þá flatarmál DOA ?



Svar: _____

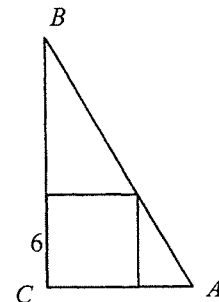
13. Hliðalengdir þriggja ferninga eru ólíkar heiltölur, þannig að sami munur er á hliðalengdum þess minnsta og miðferningsins annars vegar og miðferningsins og þess stærsta hins vegar. Ef mismunur flatarmála þess í miðið og hins minnsta er 31, hvert er þá flatarmál stærsta ferningsins?

Svar: _____

14. Í ár er ártalið 2002 sem verður eins þó lesið sé aftan frá. Hve mörg ártöl 1, 2, ..., 2002 hafa þennan eiginleika?

Svar: _____

15. Ferningur með hliðarlengd 6 er dreginn innan þríhyrnings ABC þannig að einn hornpunktur hans er C og annar er á AB . Lengd AB er 20. Hvert er ummál þríhyrningsins ABC ?



Svar: _____

Þriðji hluti

Í þessum hluta eru fjögur dæmi. Hvert dæmi er tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs og skýrleika í framsetningu.

16. Í talnasafni eru tölurnar 1, 101, 201, ... , 1901, 2001 alls 21 tala. Sannið að ef valdar eru 12 eða fleiri tölur úr þessu safni þá eru einhverjar tvær með summuna 2002.

17. Sýnið fram á að innan fernings með flatarmál 1 megi koma fyrir jafnhliða þríhyrningi með flatarmál allt að $2\sqrt{3} - 3$.

18. Ef p og q tákna tvær prímtölur (frumtölur) í röð og hvorug er 2, sýnið að þá megi skrifa summu þeirra sem margfeldi $a \cdot b \cdot c$, þar sem a, b, c eru heilar tölur allar stærri en 1.

19. Látum $ABCDE$ vera reglulegan fimmhyrning, þannig að stjarnan $ACEBD$ hafi flatarmál 10. Látum AC og BE skerast í P og látum BD og CE skerast í Q . Ákvarðið flatarmál $APQD$.